**2020/2021学年度第二学期高一测试卷**

 **数 学 2021.05**

**一、单项选择题：本大题共8小题，每小题5分，共计40分．每小题给出的四个选项中，只有一个选项是正确的．请把正确的选项填涂在答题卡的相应位置上．**

**1. 若，则的一个可能值是（ ）**

**A． B． C． D．**

**2.*A*，*B*，*C*是△*ABC*的三个内角，且tan *A*，tan *B*是方程3*x*2－5*x*＋1＝0的两个实数根，则△*ABC*是（ ）**

**A．钝角三角形 B．锐角三角形**

**C．直角三角形 D．无法确定**

**3.已知*a*，*b*，*c*，*d*是四条直线，*α*，*β*是两个不重合的平面，若*a*∥*b*∥*c*∥*d*，*a*⊂*α*，*b*⊂*α*，*c*⊂*β*，*d*⊂*β*，则*α*与*β*的位置关系是（ ）**

**A．平行 B．相交**

**C．平行或相交 D．以上都不对**

**4. 若点，在平面的同侧，则点，到的距离分别为3和5，则的中点到*α*的距离为（ ）**

**A．4 B．3 C．2 D．1**

**5. 侧面都是等腰直角三角形的正三棱锥，底面边长为*a*时，该三棱锥的表面积是（ ）**

**A．*a*2 B．*a*2 C．*a*2 D．*a*2**

**6.如图所示，在坡度一定的山坡*A*处测得山顶上一建筑物*CD*的顶端*C*对于山坡的斜度为15°，向山顶前进100 m到达*B*处，又测得*C*对于山坡的斜度为45°，若*CD*＝50 m，山坡对于地平面的坡度为*θ*，则cos *θ*等于**

**A． B． C．－1 D．－1**

**7. 已知（*i*为虚数单位，为*z*的共轭复数），则复数在复平面内对应的点在（ ）**

**A．第一象限 B．第二象限 C．第三象限 D．第四象限**

**8.已知向量**$\vec{a},\vec{b}$**满足**$\left|\vec{a}\right|=\sqrt{3},\left|\vec{b}\right|=2,\left|\vec{a}+\vec{b}\right|=\sqrt{5}$**，则向量**$\vec{a},\vec{b}$**夹角的余弦值为（ ）**

**A．**$-\frac{\sqrt{3}}{6}$ **B．**$\frac{\sqrt{3}}{6}$ **C．**$-\frac{\sqrt{3}}{3}$ **D．**$\frac{\sqrt{3}}{3}$

**二、多项选择题：本题共4小题，每小题5分，共计20分．在每小题给出的四个选项中，都有多个选项是正确的，全部选对的得5分，选对但不全的得2分，选错或不答的得0分．请把正确的选项填涂在答题卡的相应位置上．**

**9.将直角**$△ABC$**沿斜边上的高*AD*折成**$120°$**的二面角，已知直角边**$AB=4\sqrt{3}$**，**$AC=4\sqrt{6}$**，那么下面说法正确的是（ ）**

**A．平面**$ABC⊥$**平面*ACD***

**B．四面体**$D-ABC$**的体积是**$\frac{2}{3}\sqrt{6}$

**C．二面角**$A-BC-D$**的正切值是**$\frac{\sqrt{42}}{3}$

**D．*BC*与平面*ACD*所成角的正弦值是**$\frac{\sqrt{21}}{14}$

**10.甲乙两个质地均匀且完全一样的四面体，每个面都是正三角形，甲四个面上分别标有数字1，2，3，4，乙四个面上分别标有数字5，6，7，8，同时抛掷这两个四面体一次，记事件*A*为“两个四面体朝下一面的数字之和为奇数”，事件*B*为“甲四面体朝下一面的数字为奇数”，事件*C*为“乙四面体朝下一面的数字为偶数”，则下列结论正确的是**$($$)$

**A.** $P(A)=P(B)=P(C)$ **B.** $P(BC)=P(AC)=P(AB)$ **C.** $P(ABC)=\frac{1}{8}$ **D.** $P(A)⋅P(B)⋅P(C)=\frac{1}{8}$

**11.** **在**$△ABC$**中各角所对得边分别为*a*，*b*，*c*，下列结论正确的有**$(  )$

**A.** $\frac{a}{cosA}=\frac{b}{cosB}=\frac{c}{cosC}$**则**$△ABC$**为等边三角形；
B. 已知**$(a+b+c)(a+b-c)=3ab$**，则**$∠C=60^{∘}$**；
C. 已知**$a=7$**，**$b=4\sqrt{3}$**，**$c=\sqrt{13}$**，则最小内角的度数为**$30^{∘}$**；
D. 在**$a=5$**，**$A=60^{∘}$**，**$b=6$**，解三角形有两解．**

**12.下列四个选项中，化简正确的是**

 **A．**

 **B．sin347°cos148°＋sin77°cos58°＝**

 **C．**

 **D．**

**三、填空题：本大题共4小题，每小题5分，其中第13题，第一空2分，第二空3分，共计20分．请把答案填写在答题卡相应的位置上．**

**13.一个正四棱台，其上、下底面均为正方形，边长分别为8 cm和18 cm，侧棱长为13 cm，则其表面积为\_\_\_\_ cm2.**

**14. △*ABC*的内角A，*B*，*C*的对边分别为*a*，*b*，c，若cos *A*=，cos *C*=，*a*=1，则*b*=\_\_\_.**

**15. 如果*z*＝，那么*z*100＋*z*50＋1＝\_\_\_\_\_\_\_\_.**

**16.在**$ΔABC$**中，角*A*，*B*，*C*所对的边分别为*a*，*b*，*c*，若**$3\vec{AC}∙\vec{AB}-\vec{BA}∙\vec{BC}=2\vec{CA}∙\vec{CB}$**,**$2b=b\cos(C)+c\cos(B)$**，则**$\cos(C)$**的值为\_\_\_\_\_\_\_\_.**

**四、本大题共6小题，共计70分．请在答题卡指定区域内作答，解答时应写出文字说明、证明过程或演算步骤．**

**17. 已知.**

**（1）化简；**

**（2）若，求的值.**

**18. 如图，在△*ABC*中，∠*B*＝90°，*AB*＝*BC*＝2，*P*为*AB*边上一动点，*PD*∥*BC*交*AC*于点*D*，现将△*PDA*沿*PD*翻折至△*PDA*1，*E*是*A*1*C*的中点．**

**（1）若*P*为*AB*的中点，证明：*DE*∥平面*PBA*1．**

**（2）若平面*PDA*1⊥平面*PDA*，且*DE*⊥平面*CBA*1，求四棱锥*A*1﹣*PBCD*的体积．**

**19.（1）在复数范围内解方程（i为虚数单位）**

**（2）设是虚数，是实数，且**

**（i）求的值及的实部的取值范围；**

**（ii）设，求证：为纯虚数；**

**（iii）在（ii）的条件下求的最小值．**

**20. 已知复平面内平行四边形*ABCD*中，点*A*对应的复数为**$-1$**，**$\vec{AB}$**对应的复数为2+2*i*，**$\vec{BC}$**对应的复数为4-4*i*.**

**（1）求*D*点对应的复数；**

**（2）求平行四边形*ABCD*的面积.**

**21. ）在中，它的内角，，的对边分别为，，，且满足．再从条件①，条件②，这两个条件中选择一个作为已知，求：**

**（1）的值 （2）的面积；**

**条件①：，；**

**条件②：，．**

**22. 如图，在直角梯形**$OABC$**中，**$OA//CB,OA⊥OC,OA=2BC=2OC,M$**为**$AB$**上靠近*B*的三等分点，**$OM$**交**$AC$**于**$D,P$**为线段**$BC$**上的一个动点．**

**（1）用**$\vec{OA}$**和**$\vec{OC}$**表示**$\vec{OM}$**；**

**（2）求**$\frac{OD}{DM}$**；**

**（3）设**$\vec{OB}=λ\vec{CA}+μ\vec{OP}$**，求**$λ⋅μ$**的取值范围．**

**数学参考答案**

**01-05 AACAA 06-08 CBA 09 CD 10 ABD 11 ABC 12 CD**

**13. 1012 14. 15. I 16.** $-\frac{1}{8}$

**17. （1）**

**；**

**（2）**

**.**

**18.（1）证明：令的中点为，连接，.因为为的中点且,**

**所以是的中位线，所以,.**

**因为是的中点,且*F*为的中点,所以是的中位线,所以，且，于是有,**

**所以四边形为平行四边形,所以,**

**又平面，平面**

**所以有平面.**

**（2）解：因为平面，所以.**

**又因为是的中点，所以，**

**即是的中点.由可得，是的中点.**

**因为在中,，，沿翻折至，且平面平面，**

**利用面面垂直的性质可得平面，**

**所以.**

**19.（1）**

**设，则**

**，解得： **

**（2）（i）设且**

****

**为实数 ，整理可得：**

**即**

** **

**（ii）**

**由（i）知：，则**

**且 **

**是纯虚数**

**（iii）**

**令，则，**

****

**（当且仅当时取等号） **

**即的最小值为：1**

**20. 解：（1）依题点*A*对应的复数为**$-1$**，**$\vec{AB}$**对应的复数为2+2*i*，**

**得*A*(-1，0)，**$\vec{AB}$ **=(2，2)，可得*B*(1，2).**

**又**$\vec{BC}$**对应的复数为4-4*i*，得**$\vec{BC}$**=(4,-4)，可得*C*(5,-2).**

**设*D*点对应的复数为*x*+*yi*，*x*，*y*∈*R*.**

**得**$\vec{CD}$**=(*x*-5，*y*+2)，**$\vec{BA}$**=(-2，-2).**

**∵*ABCD*为平行四边形，∴**$\vec{BA}$**=**$\vec{CD}$**，解得*x*=3，*y*=-4，**

**故*D*点对应的复数为3-4*i*.**

**（2）**$\vec{AB}$**=(2，2)，**$\vec{BC}$**=(4,-4)，**

**可得：**$\vec{AB}⋅\vec{BC}=0$**，∴** $\vec{AB}⊥\vec{BC}$

$\left|\vec{AB}\right|=2\sqrt{2}$**，**$\left|\vec{BC}\right|=4\sqrt{2}$

**故平行四边形*ABCD*的面积为**$2\sqrt{2}⋅4\sqrt{2}=16$

**21. （1）∵，**

**∴，**

**由正弦定理得，**

**则，解得**

**（2）由（1）及余弦定理可得**

****

**∵，∴．**

**∵，，∴**

**∴**

**若选择条件②：**

**（1）∵，**

**∴，**

**由正弦定理得，**

**则由余弦定理可得．**

**又，所以．**

**∵，即，**

**则，所以．**

**由正弦定理及，可得．**

**（2）∵，，，**

**∴**

**∴**

**22. (1)依题意**$\vec{CB}=\frac{1}{2}\vec{OA}$**，**$\vec{AM}=\frac{2}{3}\vec{AB}$**，**

$∴\vec{AM}=\frac{2}{3}(\vec{OB}-\vec{OA})=\frac{2}{3}(\vec{OC}+\vec{CB})-\frac{2}{3}\vec{OA}=\frac{2}{3}\vec{OC}+\frac{1}{3}\vec{OA}-\frac{2}{3}\vec{OA}=\frac{2}{3}\vec{OC}-\frac{1}{3}\vec{OA}$**，**

$∴\vec{OM}=\vec{OA}+\vec{AM}=\vec{OA}+(\frac{2}{3}\vec{OC}-\frac{1}{3}\vec{OA})=\frac{2}{3}\vec{OA}+\frac{2}{3}\vec{OC}$**；**

**(2)因**$OM$**交**$AC$**于*D*，**

**由(1)知**$\vec{OD}=t\vec{OM}=t(\frac{2}{3}\vec{OA}+\frac{2}{3}\vec{OC})=\vec{OD}=\frac{2t}{3}\vec{OA}+\frac{2t}{3}\vec{OC}$**，**

**由共起点的三向量终点共线的充要条件知，**$\frac{2t}{3}+\frac{2t}{3}=1$**，则**$t=\frac{3}{4}$**，**$\vec{OD}=3\vec{DM}$**，**$\frac{|\vec{OD}|}{|\vec{DM}|}=3$**；**

**(3)由已知**$\vec{OB}=\vec{OC}+\vec{CB}=\vec{OC}+\frac{1}{2}\vec{OA}$**，**

**因*P*是线段*BC*上动点，则令**$\vec{CP}=x\vec{OA}(0\leq x\leq \frac{1}{2})$**，**

$\vec{OB}=λ\vec{CA}+μ\vec{OP}=λ(\vec{OA}-\vec{OC})+μ(\vec{OC}+\vec{CP})=(λ+μx)\vec{OA}+(μ-λ)\vec{OC}$**，**

**又**$\vec{OC},\vec{OA}$**不共线，则有**$\left\{\begin{matrix}μ-λ=1\\λ+μx=\frac{1}{2}\end{matrix}\right.⇒\left\{\begin{matrix}λ=μ-1\\μ=\frac{3}{2+2x}\end{matrix}\right.$**，**

$0\leq x\leq \frac{1}{2}⇒1\leq x+1\leq \frac{3}{2}⇒1\leq μ\leq \frac{3}{2}$**，**

$λ⋅μ=μ(μ-1)=(μ-\frac{1}{2})^{2}-\frac{1}{4}$**在**$μ\in [1,\frac{3}{2}]$**上递增，**

**所以**$μ=1,(λ⋅μ)\frac{3}{2} \frac{3}{ 4}\_{max}\_{}$**，**

**故**$λ⋅μ$**的取值范围是**$[0,\frac{3}{4}]$**.**